

GENERATION OF THE UNSTRUCTURED FE-GRIDS FOR COMPLEX 2D OBJECTS

E. Stupak MSc & R. Baušys

To cite this article: E. Stupak MSc & R. Baušys (2000) GENERATION OF THE UNSTRUCTURED FE-GRIDS FOR COMPLEX 2D OBJECTS, *Statyba*, 6:1, 17-24, DOI: [10.1080/13921525.2000.10531559](https://doi.org/10.1080/13921525.2000.10531559)

To link to this article: <https://doi.org/10.1080/13921525.2000.10531559>



Published online: 26 Jul 2012.



Submit your article to this journal [↗](#)



Article views: 40

NESTRUKTŪRINIŲ BE TINKLŲ GENERAVIMAS SUDĖTINGIEMS DVIMAČIAMS OBJEKTAMS

E. Stupak, R. Baušys

1. Įvadas

Pastaruoju metu baigtinių elementų metodu (BEM) sprendžiama daugelis inžinerijos sričių problemų. Dėl universalumo šis metodas tapo modeliavimo pagrindu daugeliui kompiuterinio projektavimo paketų.

Tačiau vienas iš BEM trūkumų yra tas, kad analizės tikslumas labai priklauso nuo BE tinklo kokybės. Jeigu inžinerinių struktūrų su dideliais aproksimuojamųjų parametrų gradientais diskretizacija netobula, tai skirtumas tarp skaitinių ir realiųjų sprendinių gali būti žymus. Siekiant kontroliuoti analizės kokybę, gali būti taikomos įvairios klaidų įvertinimo procedūros. Pastaruoju metu konstrukcijoms modeliuoti naudojami nestruktūriniai BE tinklai. Nestruktūrinis BE tinklas – tai toks tinklas, kuriame elementų, supančių vidinį mazgą, skaičius kinta mus dominančios srities viduje. Šių tinklų kūrimas yra automatizuotas, taikant vadinamąsias adaptyviasias strategijas [1–8]. Tinklų prisitaikymo procesas yra iteracinis. Visų pirma yra sudaromas pradinis tinklas, gaunamas pirmasis sprendinys ir procesas tęsiamas tol, kol yra gaunamas reikiamas tikslumas. Tačiau, norint sėkmingai ir efektyviai panaudoti šias adaptyviasias strategijas, svarbu turėti pakankamai kokybišką pradinį BE tinklą, kuriame yra įvertinta konstrukcijos geometrija, apkrovos bei medžiagos pasiskirstymo ypatumai.

Pasaulinėje inžinerijoje yra paplitę įvairūs adaptyviųjų baigtinių elementų tinklų generavimo metodai [1]. Pirmąją klasę sudaro plintančio fronto metodai. Antrąją klasę – vadinamieji Voronojaus arba Delaunay trianuliacijos metodai. Jų pagrindinis algoritmo žingsnis yra tinkamas naujų taškų įterpimas į BE tinklą. Šie metodai yra taikomi tik trikampių ir tetraedrinių elementų BE tinklams sukurti. Nors visi šie metodai vienas nuo kito gerokai skiriasi, tačiau visiems jiems bendra yra tai, kad tinklas turi turėti galimybę būti pritaikomas tam tikrai problemai spręsti. Inžinerijoje šie metodai vis labiau po-

puliareja, nes sprendžiant daugelį inžinerinių problemų reikia, kad tinklas būtų tankesnis tik tam tikrose būdingose vietose, o kitur pakaktų ir retesnio. Plintančio fronto metodas yra plačiai taikomas plokštiems ir erdviniams nestruktūriniam tinklams generuoti [1–9]. Šis metodas pradėtas taikyti pirmiausia geometriniams kraštams kaip briaunų rinkinio dviem kryptimis diskretizacija [5].

Plokščių ir erdviųjų BE tinklų generavimo lygiagrečiais procesoriais, taikant plintančio fronto techniką, srityje yra daug nuveikę prof. B. H. V. Toppingas ir jo kolegijos [8, 10, 11] iš Heriot-Watt Universiteto (Edinburgas, Jungtinė Karalystė).

Tradicinės adaptyviųjų BE tinklų generavimo strategijos paprastai pradedamos nuo palyginti reto ir tolygaus tankumo tinklo. Atliekant sudėtingų inžinerinių sistemų analizę, reikia atlikti nemažai iteracijų tol, kol sukuriamas optimalus BE tinklas, kuriame aproksimacijos paklaida yra mažesnė už leistiną ir yra tolygiai pasiskirstę visi visame inžinerinės sistemos modelyje.

Šio darbo tikslas yra generuoti pradinį nestruktūrinių baigtinių elementų tinklą, kuriame įvertinami inžinerinio objekto ypatumai. Šis tikslas įgyvendinamas taikant ekspertinę sistemą.

Sukurtoje ekspertinėje sistemoje panaudojama pradinė informacija apie objekto geometriją, kraštines ir apkrovimo sąlygas, medžiagos pasiskirstymą. Šios informacijos pagrindu generuojamas pradinis nestruktūrinis BE tinklas, kuriame yra įvertinti konkrečios inžinerinės sistemos ypatumai. Taip jau pirmuoju iteraciniu žingsniu sukuriamas beveik optimalus BE tinklas.

Buvo atlikta keletas skaitinių eksperimentų, taikant pasiūlytą ekspertinę sistemą, generuojant BE tinklus sudėtingos struktūros sritims. Ekspertinė sistema leidžia generuoti skirtingus pradinius BE tinklus priklausomai nuo pradinės informacijos apie inžinerinę sistemą. Šiuose eksperimentuose buvo vertinamas tikslai skirtingų medžiagų sąlytis bei skirtingos apkrovimo sąlygos.

2. Adaptyviųjų BE tinklų generavimo pagrindiniai principai

Šiame skyriuje pateikiame pagrindinius tinklų generavimo procedūros principus, kuriais remiantis sukurta ekspertinė sistema. Trumpai apibūdinsime pagrindines idėjas:

1. *Hierarchinis generavimo principas.* Tai reiškia, kad tinklus generuojant mazgai ir elementai kuriami hierarchine seka: mazgas–kreivė–regionas. Pirmasis mazgų rinkinys yra sukuriamas iš mazgų, esančių kreivių galuose. Mazgai yra generuojami išilgai šių kreivių, skaidant jas į kraštinius segmentus. Vėliau mazgai ir elementai generuojami kiekvienoje individualioje srities dalyje, o visas generavimo procesas yra užbaigiamas sujungiant į visumą visų srities dalių tinklus.
2. *Plintančio fronto technika.* Sukurta ekspertinė sistema, kuri nestruktūriniam tinklams generuoti taiko pastaruojų metu labiausiai paplitusią plintančio fronto techniką. Pagrindinė jos idėja – vienu metu prie BE tinklo pridedamas vienas elementas. Visas algoritmas gali būti reziumuotas:
 - 2.1. Apibrėžiama sritis, kuri turi būti padengiama BE tinklu. Tam yra naudojami kraštiniai mazgai, juos jungiančios kraštinės briaunos bei iš šių briaunų sudaromi regionai.
 - 2.2. Pateikiamos kuriamų elementų dydžių, ištempimo mastelių ir krypčių charakteristikos.
 - 2.3. Naudojantis informacija apie elementų dydžio ir formos pasiskirstymą, yra sudalijamos kraštinės briaunos į fragmentus, kurių pagrindu yra kuriami naujieji elementai. Būtent šie briaunų fragmentai ir sudaro pradinį frontą.
 - 2.4. Sritis yra diskretizuojama į trikampių elementus, kurie yra kuriami pagrindinės briaunos pagrindu (paprastai yra parenkama mažiausia fronto briauna).
 - 2.5. Parenkama kita briauna, kuri turi būti pašalinta iš fronto; siekiant išvengti didelių elementų fronto susikirtimo su mažų elementų frontu, kita iš sąrašo šalinama briauna yra parenkama ta, kuri suformuoja mažiausią elementą.
- 2.6. Kiekvienai šalinamai briaunai:
 - 2.6.1. Apibrėžiama idealaus mazgo padėtis taip, kad gauto elemento forma būtų artima lygiakraščiam trikampiui.

2.6.2. Patikrinama, ar nors vienas kaimynystėje esantis mazgas galėtų būti panaudotas naujam elementui suformuoti. Jei toks mazgas yra, tai jis užfiksuojamas kaip kandidatas ir paieška tęsiama toliau.

2.6.3. Patikrinama, ar elementai, suformuoti su minėtais mazgais, nekerta jau sugeneruotų elementų. Jei kerta, tai pasirenkamas kitas mazgas ir vėl bandoma.

2.7. Naujai sugeneruoti mazgai, briaunos ir elementai įtraukiami į jų duomenų sąrašus.

2.8. Iš foninio tinklo mazgų informacijos ir duomenų šaltinių nustatomi reikiami generavimo parametrai.

2.9. Pašalinamos briaunos, kurios daugiau nepriklauso frontui.

2.10. Prie fronto pridedamos naujosios briaunos.

2.11. Jei frontas nėra tuščias, pereinama prie 2.5 punkto, priešingu atveju užbaigiama.

Didžiausias šios technikos privalumas yra tas, kad jis apima įvairias laisvos formos geometrines sritis. Kraštų integruotumas yra garantuotas, nes jų diskretizavimas yra apibrėžtas pradinių sąlygų. Didžiausias šios technikos trūkumas yra tas, kad ji netinka neiškiliosioms sritims padengti BE tinklu. Dažnai elementų forma turi būti patobulinama poprocesorinėje dalyje.

3. *Elementų parametrų funkcijos apibūdinimas foniniu tinklu.* Siekiant sugeneruoti BE tinklą su elementų dydžiais tokios eilės, kokios reikia vartotojui, reikia turėti sklandžią funkciją, kuri apimtų visą nagrinėjamą sritį. Tam yra naudojamas foninis tinklas, kurio mazguose yra duotos šios funkcijos reikšmės.

4. *Tinklo pakeitimo principas.* Kartais BE analizei naudinga vietoj reto trikampių elementų tinklo naudoti retą keturkampių elementų tinklą. Nors dažniausiai yra įmanoma generuoti retą keturkampių elementų tinklą tiesiogiai, kartais naudingiau ir paprasčiau pakeisti *esamą* trikampių elementų tinklą į retą keturkampių elementų tinklą.

3. Pradinio BE tinklo generavimo ekspertinė sistema

Per pastarąjį dešimtmetį buvo sukurti keli skirtingo automatizacijos lygio BE tinklų generavimo algoritmai [7], kurie dažniausiai įvertina tik objekto geometrinę formą, bet neįvertina kraštinių sąlygų ir apkrovimo, generuodami pradinį tinklą. Tai reiškia, kad šie generatoriai

pradeda procesą nuo reto tinklo, kartu padaugėja klaidų, todėl reikia daugiau adaptyvosios analizės žingsnių, siekiant konverguoti prie reikiamo tikslumo (1 pav. I kryptis). Kitaip sakant, šiam procesui reikia daugiau laiko, jis yra brangus. Siūloma ekspertinė sistema, skirta pradiniam inžinerinės sistemos BE tinklui generuoti. Tam pasinaudojus informacija apie objekto geometriją, medžiagos charakteristikų pasiskirstymą, kraštines sąlygas ir apkrovimą, yra *a priori* (prieš startuojant BE analizei) sukuriamas tinklas, kuris gali būti patobulintas ties kritiniais nagrinėjamos srities regionais (singuliariais taškais, kampais, didelės įtempimų koncentracijos vietose ir kt.). Tikimasi, kad pasiūlytas būdas, kuris pradeda sprendimo procesą su beveik optimaliu pradiniu tinklu, darys mažesnes ir tolygiau pasiskirsčiusias klaidas, palyginti su tradiciniu prisitaikančiosios analizės būdu. Todėl sprendinys turėtų konverguoti su reikiamu tikslumu greičiau, esant mažesnėms laiko sąnaudoms ir mažesnei kainai (1 pav. II kryptis).

Siūloma tokia „juodosios dėžės“ tipo ekspertinė sistema, kuri identifikuoja kritinius regionus, kuriuose tinklas turi būti patobulintas, ir parenka tinkamus tinklo parametrus. Pagrindiniai šio tipo ekspertinių sistemų kūrimo principai pateikti [12].

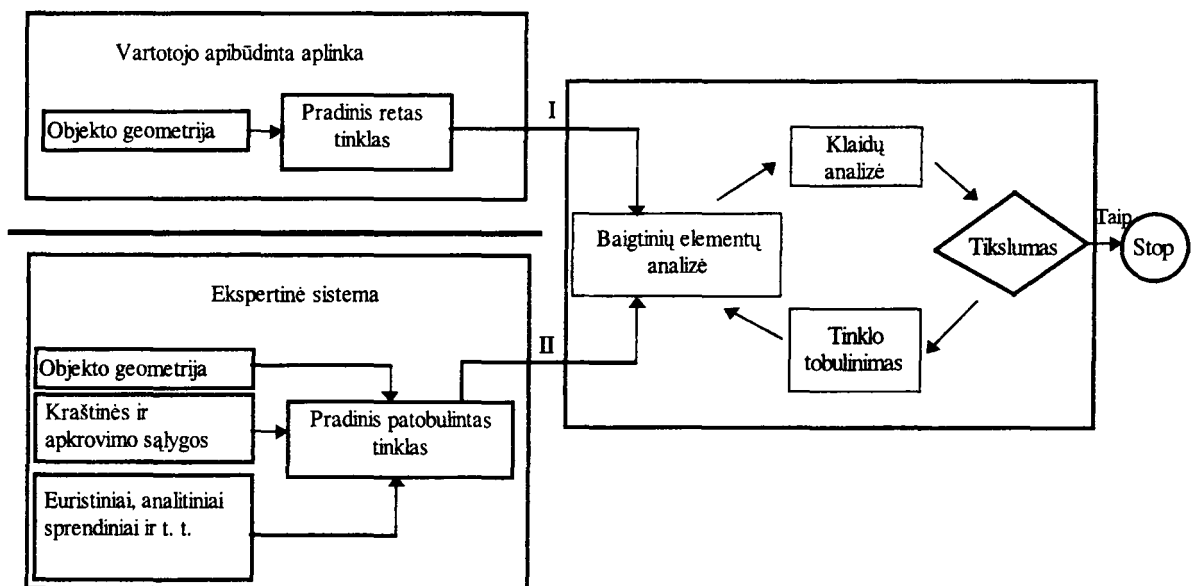
Šioje ekspertinėje sistemoje žinios yra pateikiamos kaip našumo taisyklės. Šios taisyklės panaudoja IF THEN tipo struktūras taisyklės vykdymui reguliuoti.

„Juodosios dėžės“ ekspertinės sistemos blokinė schema pateikta 2 paveiksle.

Sistemoje yra naudojami keturi žinių šaltiniai (žš), kurie leidžia reguliuoti tinklų perdalijimo procesą. Naudojamų žš funkcijos yra šios:

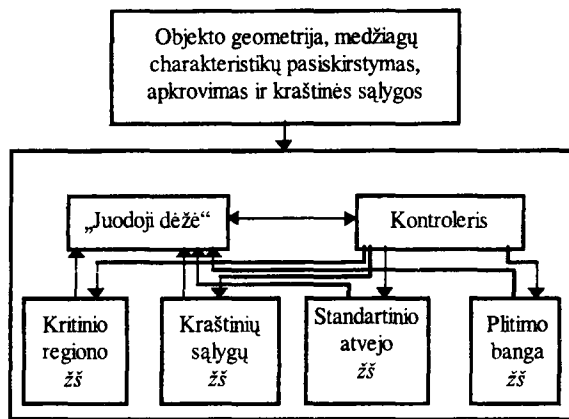
- Kritinio regiono žš nusistato kritinius taškus (pvz., plyšius, kiaurymes, defektus ar kitus geometrinis netobulumus), kuriuose gali atsirasti ženklūs įtempimų gradientai.
- Kraštinių sąlygų žš atpažįsta įvairių rūšių kraštines sąlygas ir apkrovimą kritiniams taškams identifiukuoti.
- Standartinio atvejo žš sudalija sritį į keletą smulkesnių sričių ir leidžia aproksimuoti įtempimų skaičiavimą kiekvienos smulkesnės srities kritiniuose taškuose.
- Plitimo banga žš paskirsto BE tinklo elementų dydžius kiekviename kritiniame regione nuo mažiausio iki didžiausio tam tikromis bangomis.

Žinių šaltiniai išdėstomi pagal eiliškumą. Kontroleris pasirenka žš vykdymui iš eilės. Žinių šaltinių išdėstymo tvarka bei kritinių taškų prioritetas yra visiškai nusakomas ekspertinės sistemos rezultatų. Mazgai ir elementai yra sukuriami taikant plintančio fronto metodą, kuris aprašytas 2 šio darbo skyrelyje. Reikia konstatuoti, kad pasiūlyta ekspertinė sistema leidžia sumažinti kompiuterines sąnaudas, nes labai greitai sukuriamas optimalus tinklas.



1 pav. Prisitaikančiosios baigtinių elementų analizės: tradicinio būdo (I kryptis) ir pasiūlyto būdo (II kryptis) blokinė schema

Fig 1. Schematic diagram of the traditional approach (path I) and the suggested approach (path II) to the adaptive finite element analysis



2 pav. „Juodosios dėžės“ sistemos blokinė schema

Fig 2. Schematic diagram of the black box system

Žinių bazei atnaujinti reikėtų pridėti papildomas taisykles, apibrėžiančias naujai pridedamus žinių šaltinius.

Kritinių regionų išrinkimas. Nuskaičiusi visą reikiamą informaciją apie nagrinėjamos srities geometriją, kraštinės sąlygas, apkrovimą, medžiagos pasiskirstymą, ekspertinė sistema pradeda galimų kritinių regionų (taškų) nustatymą. Kritiniais regionais gali būti įvairūs geometriniai netobulumai (kiaurymės, plyšiai, singuliarūs taškai, objekto kampai ar apkrauti bei įtvirtinti kraštai). Juose paprastai yra dideli įtempimų gradientai. Automatinę kritinių regionų išrinkimą atlieka kritinio regiono žš.

Vėliau, kai jau visi galimi kritiniai regionai yra identifikuoti, kraštinių sąlygų žš išrenka tik tuos galimus kritinius taškus, kurie yra „tikrai“ kritiniai. Tam tikras taškas A vadinamas „tikrai“ kritiniu, jei jame dėl tam tikro poveikio atsiranda įtempimų koncentracija.

Srities sudalijimas. „Juodosios dėžės“ tipo ekspertinė sistema, įvertinusi esamas kraštinės sąlygas, sudalija nagrinėjamą sritį į keletą smulkesnių dalių, vadinamų standartiniais atvejais, kurioms gali būti atlikta nagrinėjamų dydžių (pvz., įtempimų) aproksimacija. Šis skaičiavimas yra daug paprastesnis, nes paprastesnei sričiai gali būti žinomi tam tikri analitiniai arba euristiciniai sprendiniai.

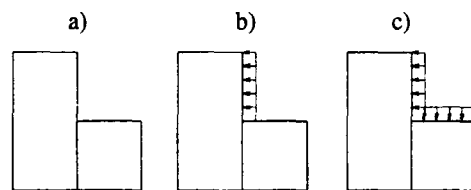
Pavyzdžiui, ekspertinė sistema, nustatčiusi, kad nagrinėjama sritis yra sudaryta iš kelių skirtingų medžiagų, sudalija ją į dalis, kiekvienoje iš kurių yra tik viena tam tikra medžiaga. Vėlesniu etapu bus generuojamas BE tinklas kiekvienoje iš šių dalių, derinant elementų parametrus šių sričių sąlyčio zonoje.

Esant tam tikroms sritims su įtempimų koncentratoriais, visų pirma randama tokia standartinė sritis, kuriai

yra žinomas analitinis įtempimų sprendinys. Tikrieji įtempimai koncentratoriaus aplinkoje yra gaunami dauginant nominalų įtempimą iš tam tikrų pataisos bei koncentracijos koeficientų.

4. Skaitiniai pavyzdžiai

Pateikiami dviejų inžinerinių struktūrų BE tinklai, kai yra žinoma skirtinga informacija apie inžinerinę sistemą. Pasiūlyta ekspertinė sistema, įvertinusi geometriją, galimą apkrovimą bei medžiagos pasiskirstymą, gali valdyti tam tikram uždaviniui spręsti tinkamų tinklų generavimą. Visi pateikiami tinklai yra pirmojo artėjimo reti tinklai, kuriuose vėliau galima būtų pakoreguoti elementų dydžius pagal nežinomųjų (pvz., įtempimų) pasiskirstymą, taikant tinklų adaptavimo algoritmą. Pirmoji inžinerinė struktūra yra sudaryta iš dviejų suglaustų sričių (3 pav. a), kurios yra imamos kaip kelių skirtingų medžiagų atitikmenys.



3 pav. Pirmoji inžinerinė struktūra, kai įvertinama: a) tik skirtingos medžiagos; b) ir c) skirtingos medžiagos ir apkrova

Fig 3. The first structure, when evaluated: a) only different materials; b) and c) different materials and loading

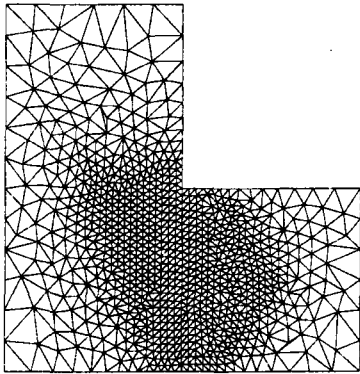
Pirmosios inžinerinės struktūros BE tinklai yra pateikti 4–6 paveiksluose. 4 paveiksle pateikiamas tinklas, kai ekspertinė sistema įvertino tik skirtingas medžiagas (3 pav. a) skirtingose struktūros dalyse. Šį tinklą sudaro 889 mazgai ir 1697 elementai.

5 pav. pateiktas tinklas, kai ekspertinė sistema įvertino skirtingas medžiagas ir tokią apkrovą, kaip parodyta 3 paveikslo b dalyje. Šį tinklą sudaro 1072 mazgai ir 2045 elementai.

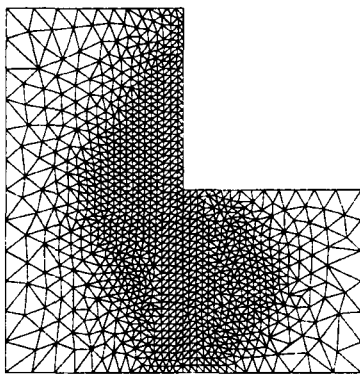
6 pav. pateikiamas tinklas, kai ekspertinė sistema įvertino skirtingas medžiagas ir tokią apkrovą, kaip parodyta 3 paveikslo c dalyje. Šį tinklą sudaro 1210 mazgų ir 2303 elementai.

Šiais pavyzdžiais iliustruojamos tinklų sudėtingoms inžinerinėms struktūroms generavimo galimybės. Iš 4, 5, 6 pav. matyti, jog galima gana lengvai, taikant siūlomą

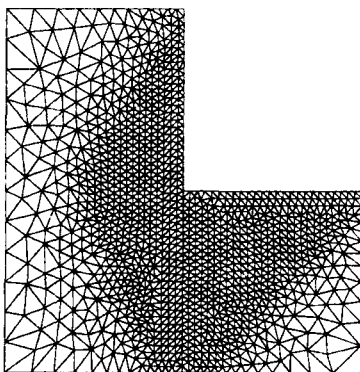
ekspertinę sistemą ir turint elementarią pradinę informaciją, generuoti skirtingus BE tinklus priklausomai nuo projektuotojo poreikių.



4 pav. Pirmosios inžinerinės struktūros I tinklas
Fig 4. The first mesh of the first structure

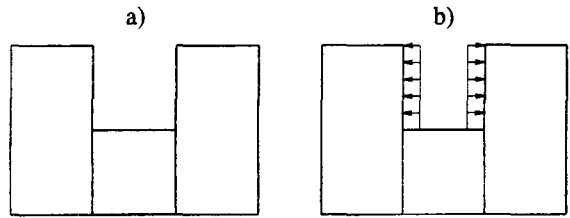


5 pav. Pirmosios inžinerinės struktūros II tinklas
Fig 5. The second mesh of the first structure



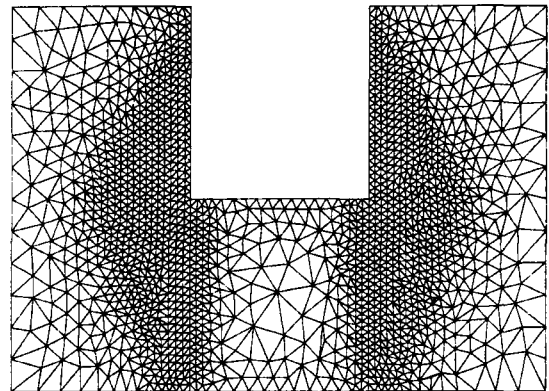
6 pav. Pirmosios inžinerinės struktūros III tinklas
Fig 6. The third mesh of the first structure

Antroji inžinerinė struktūra yra sudaryta iš trijų suglaustų sričių, kurios imamos kaip kelių skirtingų medžiagų atitikmenys (7 pav. a).



7 pav. Antroji inžinerinė struktūra, kai įvertinama: a) tik skirtingos medžiagos; b) skirtingos medžiagos ir apkrova
Fig 7. The second structure, when evaluated: a) only different materials; b) different materials and loading

Antrosios inžinerinės struktūros BE tinklai yra pateikti 8–11 paveiksluose. 8 pav. pateikiamas tinklas, kai ekspertinė sistema įvertino skirtingas medžiagas ir tokią apkrovą, kaip parodyta 7 paveikslu b dalyje. Šį tinklą sudaro 1675 mazgai ir 3190 elementų.

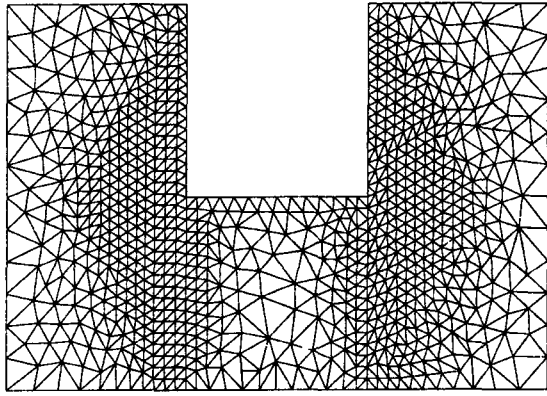


8 pav. Antrosios inžinerinės struktūros I tinklas
Fig 8. The first mesh of the second structure

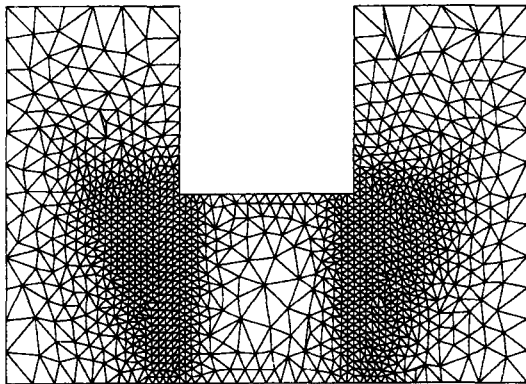
9 pav. pateiktą tinklą sudaro 912 mazgų ir 1696 elementai.

8 ir 9 pav. tarpusavyje skiriasi tik tuo, kad 9 pav. pateikto tinklo smulkūs elementai yra 1,5 karto didesni nei 8 paveiksle pateikto tinklo. Todėl pakeičiama tik vienos konstantos reikšmė.

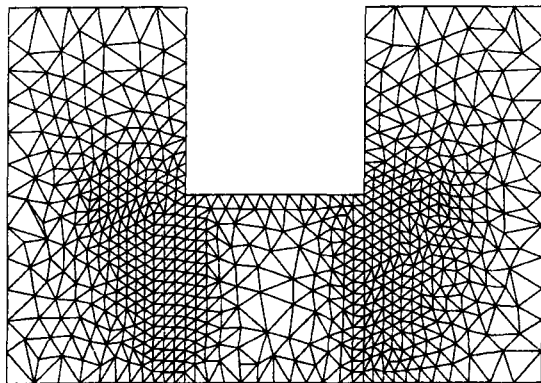
10 pav. pateikiamas tinklas, kai ekspertinė sistema įvertino tik skirtingas medžiagas (7 pav. a) skirtingose struktūros dalyse. Šį tinklą sudaro 1305 mazgai ir 2486 elementai.



9 pav. Antrosios inžinerinės struktūros II tinklas
Fig 9. The second mesh of the second structure



10 pav. Antrosios inžinerinės struktūros III tinklas
Fig 10. The third mesh of the second structure



11 pav. Antrosios inžinerinės struktūros IV tinklas
Fig 11. The fourth mesh of the second structure

11 pav. pateiktą tinklą sudaro 745 mazgai ir 1382 elementai. 11 pav. pateikto tinklo smulkūs elementai yra 1,5 karto didesni nei 10 pav. pateikto tinklo.

Kaip matyti iš pateiktų tinklų, sričių sandūroje gautami sudėtingi tinklai.

Šio darbo tikslas būtent ir buvo parodyti, kad taikant pasiūlytą ekspertinę sistemą bus galima sugeneruoti sudėtingus tinklus. Visi 4–6 ir 8–11 pav. pateikti BE tinklai yra viso labo pirminiai tinklai, kurių panaudojimas neduotų sprendinių su visiškai vienodai pasiskirsčiusia skaitinės diskretizacijos paklaida, bet jų panaudojimas leidžia sumažinti iteracijų skaičių, norint sukurti optimalų tinklą. Jais siekiama iliustruoti skirtingų BE tinklų sudėtingoms struktūroms generavimo galimybes, atsižvelgiant į projektuotojo poreikius, jo patirtį ir pan.

Šie tinklai yra sugeneruoti neatliekant jokių tinklo patobulinimo procedūrų, tokių kaip tinklo glodinimas, briaunų sukeitimas vietomis, juose nedaug netobulos formos elementų, o tai reiškia, kad, taikant plintančio fronto metodą, yra generuojami tinklai, sudaryti iš pakankamai tobulos formos elementų, o tai vėliau daro įtaką skaitinės analizės tikslumui.

5. Išvados

Šiame darbe yra nagrinėjamas nestruktūrinių baigtiųjų elementų tinklų generavimas, taikant plintančio fronto techniką. Daugiausia dėmesio skiriama inžinerinių struktūrų, sudarytų iš kelių suglaustų sričių, suderintiems tinklams generuoti. Pateikiama originali ekspertinė „juodosios dėžės“ tipo sistema, kuri leidžia generuoti skirtingus pradinis BE tinklus priklausomai nuo pradinės inžinerinės sistemos informacijos. Atlikus keletą skaitinių eksperimentų galima teigti, kad galima būtų generuoti įvairių sudėtingos geometrijos struktūrų tinklus.

Tinklų generavimas dvimatėms konstrukcijoms yra tik pirminis pasiūlytos sistemos realizavimo žingsnis, vėliau numatoma ją pritaikyti ir trimačiams uždaviniams.

Pastaruoju metu plačiai nagrinėjama plintančio fronto metodo realizacija lygiagrečiais procesoriais [8, 10, 11], ypač kai generuojami erdviniai elementų tinklai, sudaryti iš šimtų tūkstančių ar net kelių milijonų elementų. Pasiūlyta sudėtingų inžinerinių struktūrų tinklų generavimo ekspertinė sistema gali būti sėkmingai naudojama realizuojant ją lygiagrečiais procesoriais. Ši sistema yra sukurta taip, kad leidžia minimizuoti procesorių tarpusavio komunikavimo sąnaudas, kartu labai padi-

dėja algoritmo efektyvumas. Sėkmingas realizavimas užtikrinamas todėl, kad diskretizuojama inžinerinė struktūra jau duomenų faile yra dalijama į atskiras sritis, kuriose galėtų tinklą generuoti atskiri procesoriai, pradiname etape gavę iš vieno procesoriaus, kuris dažniausiai vadinamas „šeimininku“, informaciją apie bendrą briaunų sudalijimą. Tolesniame etape, pačiame imliausiame skaičiavimo sąnaudų požiūriu, kiekvienas procesorius generuoja jam paskirtos atskiros srities BE tinklą, nekomunikuodamas su kitais procesoriais. Vėliau „šeimininkas“, surinkęs iš kitų procesorių – „tarnų“ informaciją apie visas sugeneruotas sritis, turėtų sujungti jas į visumą, patikrindamas, kaip suderinti mazgai bendrose briaunose.

Literatūra

1. J. Frykestig. Advancing front mesh generation techniques with application to the finite element method. Chalmers University of Technology. Göteborg, 1994. 224 p.
2. R. Vilsmeier, D. Hänel. Adaptive methods on unstructured grids for Euler and Navier - Stokes equations // *Computer Fluids*. Vol 22, No 4/5, 1993, p. 485–499.
3. M. J. Marchant, N. P. Weatherill. Unstructured Grid Generation for Viscous Flow Simulations // *Proc. of the VI-th conference on Numerical Grid Generation in Computational Fluid Dynamics* (eds. Eisemann, P. R. et. al.). Swansea, 1994, p. 151–162.
4. S. Lopez, R. Casciaro. Algorithmic Aspects of Adaptive Multigrid Finite Element Analysis // *J. Numerical Methods in Engineering*, 1997, V. 40, p. 919–936.
5. D. J. Mavriplis. Mesh generation and adaptivity for complex geometries and flows // *Handbook of computational fluid mechanics*. Academic Press, 1996, p. 417–455.
6. P. L. George, E. Seveno. The Advancing - Front Mesh Generation Method revisited // *J. Numerical Methods in Engineering*, 1994, V. 37, p. 3605–3619.
7. S. H. Lo. Delaunay Triangulation of Non-Convex Planar Domains // *J. Numerical Methods in Engineering*, 1989, V. 28, p. 2695–2707.
8. J. K. Wilson, B. H. V. Topping. Parallel adaptive tetrahedral mesh generation by the advancing front technique // *Computers and structures*, 1998, V. 68, p. 57–78.
9. R. Löhner. Progress in Grid Generation via the Advancing Front Technique // *Engineering with Computers*, 1996, V. 12, p. 186–210.
10. B. H. V. Topping, B. Cheng. Parallel quadrilateral mesh generation // *Advances in Computational Structures Technology* (ed. B.H.V.Topping). Civil-Comp Press, Edinburgh, 1996, p. 297–313.
11. J. Sziveri, B. Cheng, A. Bahreinejad, J. Cai, G. Thierauf, B. H. V. Topping. Parallel quadrilateral subdomain generation // *Advances in Computational Structures Technology* (ed. B. H. V. Topping). Civil-Comp Press, Edinburgh, 1996, p. 313–325.
12. E. Kang, K. Haghighi. Intelligent Finite Element Mesh Generation // *Engineering with Computers*, 1995, V. 11, p. 70–82.

Įteikta 1999 05 21

GENERATION OF THE UNSTRUCTURED FE-GRIDS FOR COMPLEX 2D OBJECTS

E. Stupak, R. Baušys

Summary

For the numerical simulation of engineering problems, the finite element method (FEM) is among the most popular approaches. One of the main concerns in a finite element analysis is the adequacy of the finite element grid. The accuracy of the FEM depends on the size, shape and placement of the elements. On the other hand, the total computational cost is determined by the total number of elements in FE model. An increased accuracy can be obtained by the global reduction of the element size, but this can be characterised by drastically increased computational cost. Thus, in many engineering applications it is desirable to generate not regular FE mesh with finer grid in the regions where accuracy of numerical simulation is of most importance and with more coarse grid in the other regions.

In this paper we present a new approach to the grid generation of the multimaterial or multidomain engineering systems by the advancing front technique. This technique has proved successful in generating unstructured meshes in two and three dimensions [1–9]. The algorithm of the technique is summarised in section 2. Common for all approaches of advancing front mesh generation is that the generation problem is divided into three parts. First, the specification of the mesh size attributes, second, the discretisation of the boundaries, and, third, the discretisation of the interior of the domain. In the advancing front technique the front is defined as the boundary between the gridded and ungridded region. The key algorithmic step that must be addressed to advancing front methods is the proper introduction of new elements into the ungridded region. For triangular and tetrahedral grids the elements are introduced sequentially one at a time. The most obvious advantage of the advancing front method is that it directly incorporates free form geometry.

Direct implementation of the advancing front technique for multimaterial or multidomain engineering applications is still challenging. Grid generation in the place of few materials or domain contact must ensure the compatibility of nodes on common boundary segments (nodes on common boundary segments must be in the same positions). The advancing front technique does not include non-convex domain, so at the first step non-convex domain of discretisation is decomposed into few convex subdomains. The subdomain of interest must be defined by describing a coarse background mesh of triangle elements, covering the entire multidomain region, which forms the input for finite element analysis.

In this work, a black box architecture expert system has been developed which incorporates the information about the object geometry as well as the boundary and loading conditions, distribution of materials characteristics to generate an a priori (before the finite element analysis is carried out) mesh which is more refined around the critical regions (singularities, re-entrant corners, regions with high-stress concentration, etc) of the problem domain. This system uses a new concept of subtracting to locate the critical regions in the domain and to assign priority and mesh size to them. This involves the decomposition of the original structure into substructures (or primitives) for which an initial and approximate analysis can be performed by using analytical solutions and heuristics. When incorporated into and compared with the traditional approach to the adaptive finite element analysis, it is expected that the proposed approach, which starts the process with near optimal meshes, will be more accurate and efficient.

Several numerical examples are presented and discussed. Examples demonstrate that our approach enables to generate the compatible meshes for multimaterial or multidomain problems. The quality of meshes is good, there are no ill-shaped elements. By the proposed expert system we can generate the mesh for any complex structure. The generation of 2D meshes is only the first step using the proposed expert system; in future we shall extend it for 3D meshes.

During the last decade a lot of research has been devoted to extension of the advancing front technique to the parallel computers [8, 10, 11]. But the application of the technique to parallel processors is still challenging. In fact, we have to solve how to minimise inter-processor communication during mesh generation of subdomains. The proposed expert system for complex structures grid generation enables to use it with parallel computers. At the first step the domain of discretisation is decomposed into subdomains and all the surfaces defining the boundaries of subdomains to be gridded are triangulated. Later all subdomains can be meshed concurrently and no more inter-processor communication is required. The master task sends to workers tasks information about dividing common boundaries and information of each subdomain. The workers tasks receive their subdomain data and mesh their subdomain. Later the master receives the information from the workers tasks and joins

gridded subdomains to one structure, ensuring the compatibility of nodes on common boundaries. So this suggested expert system enables to minimise the communications and costs of computations. The implementation of the expert system to parallel processors is to be done in the future.

Eugenius STUPAK. MSc, Research Assistant. Vilnius Gediminas Technical University, Laboratory of Numerical Modelling, Saulėtekio al. 11, 2040 Vilnius, Lithuania.

A graduate of Vilnius Gediminas Technical University, Civil Engineering Faculty (1997). Since 1997 assistant at the Dept of Strength of Materials. Research interests: computational mechanics, adaptive finite element strategies in statics.

Romualdas BAUŠYS. Doctor, Senior Researcher, Associate Professor. Vilnius Gediminas Technical University, Laboratory of Numerical Modelling, Saulėtekio al. 11, 2040 Vilnius, Lithuania.

PhD (1989). Common research with scientists from Chalmers University of Technology (Göteborg, Sweden). Research interests: error estimation and adaptive finite element strategies in statics and dynamics, optimisation and analysis procedures for non-linear problems.