

STABILITY OF AXIALLY LOADED TAPERED COLUMNS

V. Špalas & A. K. Kvedaras

To cite this article: V. Špalas & A. K. Kvedaras (2000) STABILITY OF AXIALLY LOADED TAPERED COLUMNS, *Statyba*, 6:3, 158-161, DOI: [10.1080/13921525.2000.10531581](https://doi.org/10.1080/13921525.2000.10531581)

To link to this article: <https://doi.org/10.1080/13921525.2000.10531581>



Published online: 26 Jul 2012.



Submit your article to this journal [↗](#)



Article views: 116

CENTRIŠKAI GNIUŽDOMŲ TRAPECINIŲ KOLONŲ STABILUMAS

V. Šapalas, A. K. Kvedaras

Vilniaus Gedimino technikos universitetas

1. Įvadas

Šiame straipsnyje nagrinėjama centriškai gniuždomų kintamojo skerspjūvio kolonų stabilumas. Tokio tipo konstrukcijų praktinio jų panaudojimo klausimai literatūroje mažai nagrinėti. Lietuvoje galiojančiose normose [1, 2], taip pat ir Euronormose 3 [3] nėra nurodyta, kaip skaičiuoti kintamojo skerspjūvio kolonas. Galima skaičiuoti pagal [1, 2, 3] metodikas taikant „pjūvio metodą“, tai yra skaičiuoti kaip pastovaus skerspjūvio koloną su tam tikro pasirinkto kolonos pjūvio geometrinėmis charakteristikomis. Tačiau kyla klausimas, kokį kolonos pjūvį pasirinkti.

Šiame straipsnyje pateikta kintamojo skerspjūvio centriškai gniuždomų kolonų projektavimo metodika. Buvo atlikta daug skaitmeninių bandymų naudojant kompiuterinę programą COSMOS/M, kuria buvo nustatyta kritinė jėga esant įvairiems strypo liauniams ir atrėmimo sąlygoms. Išanalizavus gautus rezultatus buvo pasiūlytos projektavimo metodikos pataisos, įvertinančios kolonos skerspjūvio kitimą. Taip pat straipsnyje kolonos teoriniai skaičiavimai pagal autoriaus pasiūlytą algoritmą lyginami su teoriniais skaičiavimais pagal [1, 2] metodiką.

2. Teoriniai skaičiavimo principai

Liaunas kintamojo skerspjūvio strypas, veikiamas gniuždomosios jėgos, kaip ir pastovaus skerspjūvio strypas, praranda pastovumą (stabilią pusiausvyros formą), kai strypą veikianti gniuždomoji jėga N viršija tam tikrą kritinės jėgos reikšmę N_{cr} :

$$N > N_{cr}. \quad (1)$$

Strypas praras pusiausvyrą toje plokštumoje, kur yra mažiausias inercijos momentas. Kintamojo dvitėjo skerspjūvio strypo inercijos momentas yra mažiausias apie $z-z$ ašį. Tačiau esant papildomiems įtvirtinimams strypas gali prarasti pusiausvyrą $y-y$ plokštumoje.

Pagal medžiagų mechaniką tokiam strypui (1 pav.) galima užrašyti įlinkių kreivės diferencialinę lygtį:

$$\frac{d^2v}{dx^2} + \frac{N}{EI}v = 0 \text{ arba} \quad (2)$$

$$EI \cdot v'' + N \cdot v = 0. \quad (2a)$$

Šios lygties sprendinius pastovaus skerspjūvio strypui paskelbė L. Oileris. Kritinė jėga nustatoma pagal formulę:

$$N_{cr} = \frac{n^2 \pi^2 EI}{L^2}, \quad (3)$$

n – strypo pusiausvyros stabilumo formų skaičius (2 pav.). Oilerio formulė (3) tinka tik pastovaus skerspjūvio strypui. Tačiau, kai strypo skerspjūvis kinta strypo ilgio atžvilgiu, ši lygtis užrašoma kitaip.

Kintamojo skerspjūvio strypo inercijos momentas kinta pagal dėsnį:

$$I(x) = I_2 \left[1 - (1 - k^2) \frac{2x}{L} \right], \quad (4)$$

$$k^{2m} = \frac{I_{y1}}{I_{y2}}, \quad (5)$$

x – nagrinėjamo pjūvio atstumas iki krašto; m – inercijos momento kitimo pobūdis (gali būti $m = 1, m = 2, m = 3, m = 4$).

Akademikas A. N. Dinikas [4] pasiūlė tokią įlinkių kreivės diferencialinę lygtį kintamojo skerspjūvio strypui:

$$EI \left(\frac{x}{d} \right)^m \cdot v'' + N \cdot v = 0. \quad (6)$$

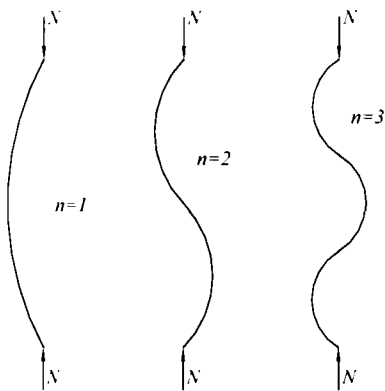
d – atstumas nuo didesnio strypo galo iki tokio taško, kuriame inercijos momentas artėja prie nulio. Tuomet kritinė jėga nustatoma pagal formulę:

$$N_{tr,cr,y} = \frac{K \cdot EI_{y2}}{L^2}, \quad (7)$$

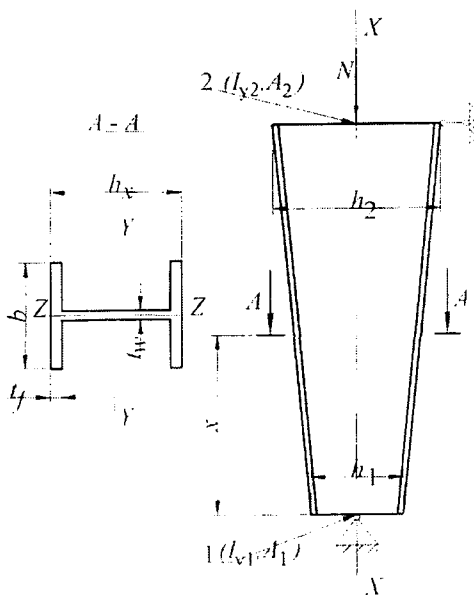
K – pastovumo koeficientas, priklausantis tik nuo inercijos momento kitimo ir strypo galų įtvirtinimo sąlygų.



1 pav. Lankstais įtvirtintas centriškai gniuždomas strypas
Fig 1. Axially loaded pin column



2 pav. Strypo pastovumo netekimo formos
Fig 2. Stability losing column shapes



3 pav. Kintamojo skerspjūvio centriškai gniuždoma kolona
Fig 3. Axially loaded tapered column

Koeficiento K reikšmės buvo gautos sumodeliavus kintamojo skerspjūvio strypą baigtiniais elementais ir kompiuteriu nustačius kritinę jėgą. Kintamojo skerspjūvio strypo kritinė jėga buvo nustatyta naudojant programą COSMOS/M. Tokie skaičiavimai atliekami esant įvairiems inercijos momentų santykiams I_{y1}/I_{y2} , taip pat įvairioms strypo galų įtvirtinimo sąlygoms. Kintamojo skerspjūvio strypo kritinė jėga pertvarkius (7) lygtį gaunama:

$$N_{tr,cr,y} = K \cdot N_{cr,y2}, \quad (8)$$

$N_{cr,y2}$ – pastovaus skerspjūvio strypo kritinė jėga, kai inercijos momentas I_{y2} paimtas kolonos 2 gale (3 pav.).

Išanalizavus gautus duomenis galima teigti, kad koeficientas K priklauso tik nuo strypo galų inercijos momentų santykio I_{y1}/I_{y2} . Todėl koeficiento K reikšmės, nustatytos lankstuose įtvirtintam strypui, tinka ir kitiems atrėmimo atvejams. Tada kintamojo skerspjūvio kritinė jėga nustatoma pagal formulę:

$$N_{tr,cr,y} = K \cdot \frac{\pi^2 \cdot EI_{y2}}{(\mu \cdot L)^2}, \quad (9)$$

μ – strypo galų įtvirtinimo sąlygų koeficientas. Koeficiento K reikšmės pateiktos 1 lentelėje ir 4 pav. Nustačius kritinę jėgą galima apskaičiuoti strypo sąlyginį liaunį pagal formulę:

$$\bar{\lambda}_y = \pi \sqrt{\frac{A_1 \cdot R_y}{N_{tr,cr,y}}}. \quad (10)$$

1 lentelė. Koeficiento K reikšmės

Table 1. Factor's K values

I_1/I_2	0,01	0,05	0,1	0,2	0,3	0,4
K	2,88	3,65	4,25	5,16	5,91	6,58
I_1/I_2	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1
K	7,19	7,77	8,32	8,85	9,37	9,87

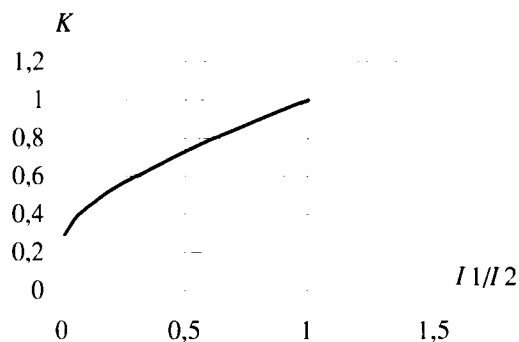
Turint sąlyginį liaunį galima apskaičiuoti klupumo koeficientą, kuris priklauso nuo sąlyginio liaunio ir plieno takio:

$$\varphi_y = f(\bar{\lambda}_y, R_y). \quad (11)$$

Tuomet kintamojo skerspjūvio strypo stabilumas skaičiuojamas pagal formulę:

$$\frac{N}{\varphi_y \cdot A_1} \leq R_y. \quad (12)$$

Skaičiuojant strypo atsparumą autorius rekomenduoja į formulę (12) įrašyti mažesnio kolonos galo skerspjūvio plotą.



4 pav. Koefficiento K reikšmės lankstiškai įtvirtintai kolonai

Fig 4. Factor's K values for pinned column

Nagrinėjant strypo pastovumą plokštumoje $x - z$ kritinę jėgą galima skaičiuoti kaip ir pastovaus skerspjūvio strypui, nes inercijos momentų santykis apie $x - z$ ašį yra artimas vienetui $I_{z1}/I_{z2} \cong 1$ (dvitėjim skerspjūviui (3 pav.)).

3. Teorinių skaičiavimų pagal įvairias metodikas palyginimas

Norint patikrinti teorinių prielaidų teisingumą, buvo pasirinkta centriškai gniuždoma lankstuose įtvirtinta kolona. Jos geometrinės charakteristikos (3 pav.) pateiktos 2 lentelėje.

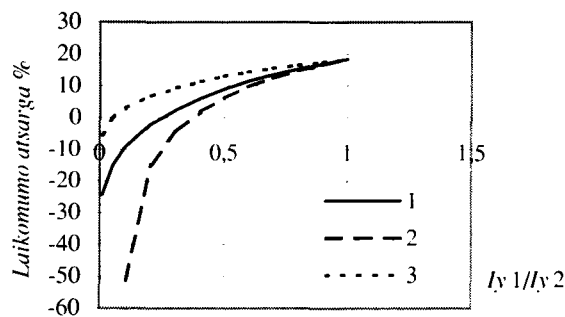
2 lentelė. Kolonos charakteristikos (3 pav.)

Table 2. Column's characteristics (Fig 3)

Kolonos ilgis	$L = 5,0$ m
Sienutės aukštis kolonos viršuje	$H_2 = 0,5$ m
Juostos plotis	$B = 0,2$ m
Juostos storis	$t_f = 0,01$ m
Sienutės storis	$t_w = 0,004$ m
Gniuždomoji jėga	$N = 2,0$ MN

Atlikta daug skaičiavimų keičiant apatinę kolonos skerspjūvio sienutės aukštį taip, kad inercijos momentų santykis I_{y1}/I_{y2} keistųsi nuo 0,01 iki 1.

Skaičiavimai buvo atlikti pagal [1, 2] metodiką trim būdais. Pirmuoju atveju (5 pav. 1 kreivė) kolonos kritinė jėga $N_{tr,cr,y}$ apskaičiuota pagal (9) formulę taikant koeficientą K . Apskaičiuota centriškai gniuždomos trapecinės kolonos atsparumo atsarga esant įvairiems inercijos momentų santykiams.



5 pav. Atsparumo atsarga, apskaičiuota pagal metodikas: 1 – autoriaus pasiūlytas algoritmas; 2 – [1, 2] metodika su $I_{y1} \cdot A_I$; 3 – [1,2] metodika su $I_{y,vid} \cdot A_{vid}$

Fig 5. Margin of stability, calculated according to methods: 1 – author's suggested; 2 – [1, 2] methods with $I_{y1} \cdot A_I$; 3 – [1,2] methods with $I_{y,vid} \cdot A_{vid}$

Antruoju ir trečiuoju atveju skaičiuota „pjūvių metodu“. Antruoju atveju (5 pav. 2 kreivė) kolonos sąlyginis liaunis $\bar{\lambda}_y$ nustatytas kaip ir pastovaus skerspjūvio kolonai pagal (10) formulę, įrašius kritinę jėgą $N_{tr,cr,y}$, apskaičiuotą pagal (3) formulę. Kritinei jėgai apskaičiuoti panaudotos kolonos mažesnio galo skerspjūvio geometrinės charakteristikos ($I_{y1} \cdot A_I$). Taip pat apskaičiuota kolonos atsparumo atsarga esant įvairiems inercijos momentų santykiams.

Trečiuoju atveju (5 pav. 3 kreivė) kolonos stabilumas taip pat skaičiuotas kaip ir pastovaus skerspjūvio kolonai, tik paimtos vidutinės geometrinės charakteristikos ($I_{y,vid} \cdot A_{vid}$). Apskaičiuota kolonos atsparumo atsarga esant įvairiems inercijos momentų santykiams.

Iš gautų rezultatų matyti (5 pav.), kad kintamojo skerspjūvio kolonos stabilumas, apskaičiuotas pagal modifikuotą [1, 2] metodiką (5 pav. 1 kreivė), yra vidutiniškai 7,13% mažesnis negu apskaičiuotas trečiuoju atveju (5 pav. 3 kreivė), naudojant vidutines geometrinės charakteristikas. Todėl galima teigti, kad skaičiuojant pagal [1, 2] metodiką „pjūvių metodu“ naudoti vidutines geometrinės charakteristikas yra rizikinga.

4. Išvados

1. Atlikus daugybę skaitinių bandymų nustatyta, kad šią metodiką galima taikyti trapecinių kolonų skaičiavimui.
2. Autoriaus pasiūlytą metodiką, skirtą nustatyti centriškai gniuždomos trapecinės kolonos kritinę jėgą ir

sąlyginį liaunį, galima pritaikyti įvairioms projektavimo metodikoms [1, 2, 3].

3. Iš gautų rezultatų matyti, kad skaičiuojant pagal [1, 2] metodiką „pjūviu metodu“ naudoti vidutinės geometrinės charakteristikos yra rizikinga.

Literatūra

1. СНиП II-23-81*. Стальные конструкции. Нормы проектирования / Госстрой СССР. М.: ЦТИП Госстроя СССР. 1990. 96 с.
2. Пособие по проектированию стальных конструкций (к СНиП II-23-81*) / ЦНИИСК им. Кучеренко Госстроя СССР. Москва. 1989. 148 с.
3. ENV 1993-1-1. Eurocode 3: Design of steel structures. Part 1.1: General rules and rules for buildings. 1992.
4. А. Н. Динник. Продольный изгиб. Кручение. Москва: Издательство академии наук СССР. 1955. 451 с.

Įteikta 2000 02 22

STABILITY OF AXIALLY LOADED TAPERED COLUMNS

V. Šapalas, A. K. Kvedaras

Summary

In this paper, theoretical analysis of tapered column's bearing capacity is presented.

A slender axially loaded column loses stability, when it achieves critical load (1). Critical load for uniform column can be calculated using L. Euler's formula (3). But this formula is only for uniform members. When we have non-uniform member, column's moment of inertia about strong axis (Fig 3) changes according to law (4). A. N. Dinik [4] suggested a differential equation (6) for non-uniform axially loaded member. So the critical load of tapered column can be calculated as for uniform member with additional factor K using (7) formula.

Factor K depends only on the moments of inertia ratio (5) of column ends. In this paper, critical load of tapered column was calculated using FE program COSMOS/M. A lot of simulation were carried out with a wide range of moments of inertia ratio. From these simulations factor K was calculated (Fig 4 and Table 1) for axially loaded pin-end column. By computer simulation it was determined that factor K for pin-end column can also be used for other types of column support. After determining critical load, column slenderness (10) can be calculated using column's smallest cross-section A_1 . Tapered column must satisfy (12) condition.

A couple of examples (Table 2) with various moments of inertia ratio was solved. Three calculation methods were used: the author's suggested (Fig 5 curve 1); using [1, 2] method as for uniform member with the smallest column's cross-section geometrical characteristics (Fig 5 curve 2); and using [1, 2] method as for uniform member with average column's cross-section geometrical characteristics (Fig 5 curve 3). From Fig 5 we see that calculation of tapered column using methods for uniform members with average cross-section geometrical characteristics is not safe.

Vaidotas ŠAPALAS. PhD student. Department of Steel and Timber Structures, Vilnius Gediminas Technical University (VGTU), Saulėtekio al.11. LT-2040 Vilnius, Lithuania. E-mail: vdts@takas.lt

MSc (building construction). Research interests: steel structures, calculation of tapered members, calculation of steel structures using computer simulation.

Audronis Kazimieras KVEDARAS. Habil Doctor, Professor. Head of Department of Steel and Timber Structures, Vilnius Gediminas Technical University (VGTU), Saulėtekio al.11. LT-2040 Vilnius, Lithuania. E-mail: akve@st.vtu.lt

Civil engineer (1960), PhD (1968). Research visit to Czech Technical University (Prague, 1973–74), Imperial College of Science and Technology of London University (1977–79), Dr Habil (2000). Research interests: behaviour, development, investigation, design, manufacture of steel, composite structures and connections.